

**H.S. Final Year Revision Test 2025-26**  
**Arya Vidyapeeth College (Autonomous)**  
**Subject: Mathematics**

**Time: 3 hours**

**Total Marks: 100**

1. Answer the following questions: (তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা)

$1 \times 10 = 10$

a) Write the domain and range of the relation

$$R = \{(a, a^3) : a \text{ is a prime number less than } 10\}.$$

ওপৰৰ সম্পৰ্কটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

b) Write the value of  $\cot(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x)$ .

$\cot(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x)$  ৰ মান উলিওৱা।

c) If (যদি)  $|A| = 2$ , where (য'ত)  $A$  is a  $3 \times 3$  matrix ( $A$  এটা  $3 \times 3$  আকাৰৰ মৌলকক্ষ), then find

(উলিওৱা)  $|A^T|$ .

d) State True or False:

“Let  $R$  be the relation on the set  $\{1, 2, 3, 4\}$  given by

$$R = \{(1,1), (2,3), (3,4), (1,4), (4,1), (2,4)\}.$$

Then  $R$  is a function.”

“ $\{1, 2, 3, 4\}$  সংহতিটোৰ ওপৰত সংজ্ঞায়িত  $R = \{(1,1), (2,3), (3,4), (1,4), (4,1), (2,4)\}$  সম্পৰ্কটো এটা ফলন হ'ব।” (সঁচা নে মিছা লিখা)

e) Differentiate  $\cos^2 x$  w.r.t.  $\sin^2 x$ .

$\sin^2 x$  সাপেক্ষে  $\cos^2 x$  ৰ অৱকলন উলিওৱা।

f) Write the value of (মান লিখা)  $\int_{-a}^a f(x) dx$ , where (য'ত)  $f(-x) = -f(x)$ .

g) What will be the integrating factor of the following differential equation

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ অনুকলন গুণক কি?

$$\frac{dy}{dx} = 1 + y.$$

h) If  $\theta$  be the angle between the two non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , then write the value of  $\cos \theta$ .

দুটা অশূন্য ভেক্টৰ  $\vec{a}$  আৰু  $\vec{b}$  ৰ মাজৰ কোণ  $\theta$  হ'লে  $\cos \theta$  ৰ মান লিখা।

i) Is  $(x-y) \frac{dy}{dx} = x+2y$  a homogeneous differential equation?

$(x-y) \frac{dy}{dx} = x+2y$  সমীকৰণটো সমমাত্ৰিক অৱকল সমীকৰণ হ'বনে?

j) If (যদি) matrix (মৌলকক্ষ)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then (তেন্তে) write (লিখা)  $AA^T$ .

2. Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে)  $\tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right) = \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}$ , where  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$

4

**OR/অথবা**

Show that (দেখুওৱা যে)  $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17}$

3. (i) If (যদি)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  and (আৰু)  $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$ , then (তেন্তে) find (উলিওৱা)  $AB$ .

1

(ii) If (যদি)  $f(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , then show that (তেজ্ঞে দেখুওৱা য়ে)

3

$$f(x)f(y) = f(x+y)$$

OR/অথবা

If (যদি)  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -4 \\ 3 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ , then (তেজ্ঞে) show that (দেখুওৱা য়ে)  $A^2 = I$ .

4

4. (i) Using properties of determinant, show that  $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$ , where  $\omega$  is a complex cube root of unity.

2

নিৰ্ণায়কৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱা য়ে  $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 0$  য'ত  $\omega$  এটা একৰ জটিল ঘনমূল।

- (ii) If  $f: R \rightarrow R$  is defined by  $f(x) = x^2 - 2$ , then find  $f(f(x))$ .

2

যদি  $f: R \rightarrow R$  য়াতে  $f(x) = x^2 - 2$ , তেজ্ঞে  $f(f(x))$  উলিওৱা।

5. Find (উলিওৱা)  $\frac{dy}{dx}$  if (যদি)

2+2=4

(i)  $y + \sin y = \cos x$

(ii)  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$

6. Show that  $y = \log(1+x) - \frac{2x}{2+x}$ ,  $x > -1$ , is an increasing function of  $x$  throughout its domain.

4

দেখুওৱা য়ে  $y = \log(1+x) - \frac{2x}{2+x}$  ফলনটো  $x > -1$  ৰ বাবে এটা বৰ্ধমান ফলন।

OR/অথবা

The volume of a cube is increasing at the rate of  $7 \text{ cm}^3 / \text{s}$ . How fast is its surface area increasing at the instant when the length of an edge of the cube is  $12 \text{ cm}$ ?

এটা ঘনকৰ আয়তন প্ৰতি ছেকেণ্ডত 7 ঘন ছে.মি.কৈ বাঢ়ে। ঘনকটোৰ এটা বাহুৰ দীঘ 12 ছে.মি. হ'লে, তাৰ পৃষ্ঠকালিৰ বৃদ্ধিৰ হাৰ কিমান হ'ব উলিওৱা?

7. Evaluate (উলিওৱা) (any two) (যিকোনো দুটা):

2+2=4

(i)  $\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$

(ii)  $\int \frac{1}{\sqrt{2x - x^2}} dx$

(iii)  $\int x^2 e^x dx$

OR/অথবা

Evaluate (উলিওৱা)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

4

8. Find the area of the region bounded by the curve  $y = \cos x$  between  $x=0$  and  $x=2\pi$ . 4  
 $y = \cos x$  বক্র আৰু  $x=0$ ,  $x=2\pi$  ৰেখা দুডালে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

OR / অথবা

Using integration, find the area of the region bounded by the parabola  $y^2 = 16x$  and the line  $x=4$ .  
 অনুকলন ব্যৱহাৰ কৰি  $y^2 = 16x$  বক্র আৰু  $x=4$  ৰেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিওৱা।

9. (a) If  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are vectors such that  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  and  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ , find  $|\vec{a} - \vec{b}|$ . 2

দুটা ভেক্টৰ  $\vec{a}$  আৰু  $\vec{b}$  এলেকুৱা যে,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$  আৰু  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ , তেন্তে  $|\vec{a} - \vec{b}|$  উলিওৱা।

- (b) Find the unit vector in the direction of the vector  $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  2

$\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  ভেক্টৰটোৰ দিশত একক ভেক্টৰটো নিৰ্ণয় কৰা।

10. If  $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ , then show that  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$  are orthogonal. 4

$\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$  আৰু  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$  হ'লে দেখুওৱা যে  $\vec{a} + \vec{b}$  আৰু  $\vec{a} - \vec{b}$  পৰস্পৰ লম্ব।

OR / অথবা

Show that the vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  form the vertices of a right angled triangle.

দেখুওৱা যে  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  আৰু  $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  ভেক্টৰকেইটা এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু।

11. (i) Find a unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a} + \vec{b}$  and  $\vec{a} - \vec{b}$  where  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ . 4

$\vec{a} + \vec{b}$  আৰু  $\vec{a} - \vec{b}$  দুয়োটা ভেক্টৰৰ লম্ব হোৱা একক ভেক্টৰটো নিৰ্ণয় কৰা য'ত  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$  আৰু  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ।

OR / অথবা

State the triangle law of vector addition. Also find the angle between the vectors  $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ . 1+3=4

ভেক্টৰ যোগৰ ত্ৰিভুজ পদ্ধতিটো উল্লেখ কৰা। লগতে  $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  আৰু  $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।

12. A bag consists of 10 balls each marked with one of the digits from 0 to 9. If 4 balls are drawn successively with replacement from the bag, what is the probability that one ball is marked with the digit 1. 4

এটা মোনাত 0 ৰ পৰা 9 লৈ সংখ্যাকেইটাৰে চিহ্নিত 10 টা বল আছে। এটাৰ পিছত এটাকৈ মোনাখনৰ পৰা মুঠ 4 টা বল পুনৰ্স্থাপন কৰাকৈ উলিওৱা হ'ল। এটা বল 1 ৰে চিহ্নিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

13. One card is drawn at random from a well-shuffled deck of 52 cards. In which of the following cases are the events E and F independent? 2+2=4

52 খন তাম্বাৰ পৰা যাদুচ্ছিকভাৱে এখন কাৰ্ড টনা হ'ল। তলৰ কোনটো ক্ষেত্ৰত দুটা ঘটনা E আৰু F স্বতন্ত্ৰ হ'ব

- (i) E: the card drawn is a spade, F: the card drawn is an ace

E: এটা ইন্সপন ওলোৱাৰ ঘটনা, F: এটা একা ওলোৱাৰ ঘটনা

- (ii) E: the card drawn is a king or queen, F: the card drawn is a queen or jack

E: এটা ৰজা বা ৰাণী পোৱাৰ ঘটনা, F: এটা ৰাণী বা গোলাম পোৱাৰ ঘটনা

OR/অথবা

A man is known to speak truth 4 out of 5 times. He throws a die and reports that it is three. Find the probability that it is actually three. 4

এজন মানুহে 5 বাৰৰ ভিতৰত 4 বাৰ সঁচা কথা কয় বুলি জনা যায়। তেওঁ পাশতি এটা টছ কৰে আৰু তিনি পোৱা বুলি ব্যক্ত কৰে। পাশতিটোত সঁচাকৈয়ে তিনি পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

14. Using elementary operation, find the inverse of the matrix  $A$  where  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  6

মৌলিক পৰিক্ৰমা প্ৰয়োগ কৰি  $A$  ৰ প্ৰতিলোম মৌলকক্ষ উলিওৱা য'ত  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

OR/অথবা

Solve the following system of linear equations using matrix method:  
মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিৰে তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা: 6

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

15. Answer (a) or (b):

(a) (i) Determine the value of  $k$  so that the function

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{if } x < 3 \\ x^2 - 3, & \text{if } x \geq 3 \end{cases} \text{ is continuous at } x = 3. \quad 3$$

$k$  ৰ মান উলিওৱা যাতে  $f(x) = \begin{cases} kx + 1, & \text{if } x < 3 \\ x^2 - 3, & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$  ফলনটো  $x = 3$ ত অবিচ্ছিন্ন হয়।

(ii) If  $y = \cos^{-1} x$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}$  in terms of  $y$  alone. 3

যদি  $y = \cos^{-1} x$ , অকল  $y$  ৰ মাধ্যমত  $\frac{d^2y}{dx^2}$  উলিওৱা।

(b) (i) If (যদি)  $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$ , show that (দেখুওৱা যে)  $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$  4

(ii) If (যদি)  $y = \log(\cos e^x)$ , show that (দেখুওৱা যে)  $\frac{dy}{dx} + e^x \tan e^x = 0$  2

16. Find the equations of the normal to the curve  $y = x^3 + 2x + 6$  which are parallel to the line  $x + 14y + 4 = 0$ . 6

$x + 14y + 4 = 0$  ৰেখাৰ সমান্তৰাল হোৱাকৈ  $y = x^3 + 2x + 6$  বক্ৰ ৰেখাৰ অভিলম্বৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

OR / অথবা

Find the maximum profit that a company can make, if the profit function is given by  $p(x) = 41 + 24x - 18x^2$ .

লাভ ফলন  $p(x) = 41 + 24x - 18x^2$  হ'লে, এটা কোম্পানীয়ে উপাৰ্জন কৰা সৰ্ব্বোচ্চ লাভৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা। 3+3=6

17. Evaluate (উলিওৱা) (any two) (যিকোনো দুটা):

(i)  $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$

(ii)  $\int x(\log x)^2 dx$

(iii)  $\int_0^1 x e^{x^2} dx$

18. Solve the following differential equations: (any two) 3+3=6

তলৰ অন্তৰ্গত সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা (যিকোনো দুটা)

(i)  $\cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = a$  (a is real);  $y = 1$  when  $x = 0$

(ii)  $x \frac{dy}{dx} + y = x^3$

(iii)  $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$

19. Answer (a) or (b): [(a) অথবা (b) ৰ উত্তৰ কৰা।]

(a) (i) Find the equation of the line which passes through the point  $(1, 2, 3)$  and is parallel to the vector  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ . 3

$(1, 2, 3)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$  ভেক্টৰটোৰ সমান্তৰাল হোৱা ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) If the lines  $\frac{1-x}{3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$  and  $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{6-z}{5}$  are perpendicular, find the value of  $k$ . 3

$\frac{1-x}{3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$  আৰু  $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{6-z}{5}$  ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ লম্ব হ'লে  $k$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  আৰু  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব উলিওৱা। 6

20. Solve graphically the following linear programming problem.  
লেখিক নিয়মেৰে তলৰ বৈখিক প্ৰোগ্ৰামিং সমস্যাটোৰ সমাধান কৰা।

6

Maximize and minimize

$$Z = -x + 2y$$

subject to the constraints

$$x \geq 2$$

$$x + y \geq 5$$

$$x + 2y \geq 6$$

$$y \geq 0$$

$Z = -x + 2y$  ৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা য'ত

$$x \geq 2$$

$$x + y \geq 5$$

$$x + 2y \geq 6$$

$$y \geq 0$$

OR / অথবা

In a factory which manufactures bolts, machines A, B and C manufacture respectively 25%, 35% and 40% of the bolts. Of their outputs 5%, 4% and 2% are defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What is the probability that it is manufactured by the machine B?

বল্টু নিৰ্মাণ কৰা কাৰখানা এটাত, যন্ত্ৰ A, B আৰু C -য়ে ক্ৰমান্বয়ে 25%, 35% আৰু 40% বল্টু উৎপাদন কৰে। তেওঁলোকৰ উৎপাদনৰ 5%, 4% আৰু 2% হৈছে ত্ৰুটিপূৰ্ণ বল্টু। উৎপাদিত সামগ্ৰীৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা বল্টু লোৱা হয় আৰু ত্ৰুটিপূৰ্ণ বুলি ধৰা পৰে। ইয়াক B যন্ত্ৰৰ দ্বাৰা নিৰ্মাণ কৰাৰ সম্ভাৱনা কিমান?

\*\*\*\*\*