FYUGP/Sem-2/ST-MN1

2026
(Regular)
Statistics (Minor)
Paper Code : ST-MN-2114
Paper Name : Basic Probability Theory

Time : 2 hours ***Full Marks : 45***

The figures in the margin indicate full marks for the questions.
Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions : 1×4=4
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

   a) Define sample space.
   প্ৰতিদৰ্শ সমষ্টিৰ সংজ্ঞা দিয়া ।

   b) If X and Y are two _____ random variables, then $E(XY) = E(X)E(Y)$. (Fill in the blank)
   যদি X আৰু Y দুটা _____ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে $E(XY) = E(X)E(Y)$ । (খালী ঠাই পূৰ কৰা)

   c) For Poisson distribution, mean is equal to variance. (State true or false)
   পয়চ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসাৰৰ মান একে । (সত্য নে অসত্য লিখা)

   d) State chebyshev's inequality.
   চেবাইচেভ'ৰ অসমতা উল্লেখ কৰা ।

2. Answer the following questions : 2×3=6
তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

   a) State the mathematical definition of probability.
   সম্ভাৱিতাৰ গাণিতিক সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা ।

   b) State the weak law of large numbers.
   বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়মৰ সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা ।

c) Write down the conditions under which binomial distribution tends to normal distribution.
দ্বিপদ বণ্টন এটা প্ৰসামান্য বণ্টনলৈ গতি কৰাৰ চৰ্তসমূহ লিখা ।

3. Answer the following questions *(any three)* : 5×3=15
তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া *(যিকোনো তিনিটা)* ঃ

a) State and prove the addition theorem of probability. 5
সম্ভাৱিতাৰ যোগাত্মক তত্বটো উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা ।

b) Find the mean and variance of the following distribution :
তলত দিয়া বণ্টনটোৰ মাধ্য আৰু প্ৰসাৰণ উলিওৱা ঃ

$f(x) = cx(2-x); 0 \le x \le 2$

where c is a constant. 1+2+2=5
য'ত c এটা ধ্ৰুৱক ।

c) Prove the chebyshev's lemma and state it s applications. 3+2=5
চেবাইচেভৰ প্ৰমেয়িকাটো প্ৰমাণ কৰা আৰু ইয়াৰ প্ৰযোগ লিখা ।

d) A binomial distribution has mean 1.0 and variance 0.8. Find the distribution. Find also the following probabilities :
এটা দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ ক্ৰমে 1.0 আৰু 0.8। বণ্টনটো নিৰ্ণয় কৰা । লগতে তলত দিয়া সম্ভাৱিতাসমূহ নিৰ্ণয় কৰা ঃ 2+1½+1½=5

i) $P(X=0)$

ii) $P(X>1)$

e) Two bags contain 5 red, 5 while and 6 red, 4 white balls respectively. One bag is selected and a ball is drawn from it. What is the probability that the drawn ball is red ? 5
দুটা মোনাত যথাক্ৰমে 5 টা ৰঙা, 5 টা বগা আৰু 6 টা ৰঙা , 4 টা বগা বল আছে । যিকোনো এখন মোনা বাছি লৈ তাৰ পৰা এটা বল লোৱা হ'ল । এই বলটো ৰঙা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

f) Derive Poisson distribution from binomial distribution. 5
দ্বিপদ বণ্টনৰ পৰা পয়ঁচ বণ্টনটো নিৰ্ণয় কৰা ।

4. Answer the following questions *(any two)* : 10×2=20

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া *(যিকোনো দুটা)* ঃ

a) i) A coin is tossed until a head appears. Find the mathematical expectation of the number of tosses. 5

এটা মুদ্ৰা মুণ্ড নোপোৱালৈকে নিক্ষেপ কৰি থকা হ'ল । নিক্ষেপ কৰি থকা সংখ্যাৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা উলিওৱা ।

ii) If X is a random variable such $E(X)=3$ and $E(X^2)=13$, use cheleyshev's inequality to determine the lower bound for the probability $P(-2 \le \times \le 8)$. 5

X এটা যাদৃচ্ছিক চলক য'ত $E(X)=3$ আৰু $E(X^2)=13$, চেবাইচেভৰ অসমতা ব্যৱহাৰ কৰি, $P(-2 \le \times \le 8)$ ৰ নিম্ন বন্ধকটো উলিওৱা ।

b) i) State and prove the addition theorem of mathematical expectation. 5

গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ যোগাত্মক তত্বটো উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা ।

ii) State nthe Lindeberg-Levy central limit theorem. 2

লিণ্ডেবাৰ্গ লেভীৰ কেন্দ্ৰীকৃত সীমাৰ উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা ।

iii) State the area properties of normal probability. 3

প্ৰসামান্য বক্ৰৰ কালি ধৰ্ম উল্লেখ কৰা ।

c) i) Define moment generating function (mgf). If $X_1, X_2, ..., X_n$ are n independent random variables then prove that (with usual notation). 1+4=5

ঘূৰ্ণক উৎপাদনকাৰী ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া । যদি $X_1, X_2, ..., X_n$ n টা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে (সচৰাচৰ ব্যৱহৃত চিহ্নেৰে) ।

$$M_{x_1+x_2+..+x_n}(t)=M_{x_1}(t)M_{x_2}(t).....M_{x_n}(t)$$

ii) If X follows Poisson distribution with $E(X^2)=6$ find $E(X)$.3

যদি X পয়ঁচ হণ্টন অনুগামী হয় য'ত $E(X^2)=6$, তেন্তে $E(X)$ ৰ মান উলিওৱা ।

iii) What is standard normal variate ? Write down the probability density function of it. 1+1=2

মানক প্ৰসামান্য চলক কি ? ইয়াৰ সম্ভাৱিতা ফলনটো লিখা ।

d) i) A problem in statistics is given to there standents A, B and C where changes of solving it are $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. What is the probability that the problem will be solved if all of them try independently ? 4

তিনিজন ছাত্ৰ A, B আৰু C ৰ পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ এটা অঙ্ক সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা ক্ৰমে $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ আৰু $\frac{1}{4}$ । যদি আটাইকেইজন ছাত্ৰই স্বতন্ত্ৰভাৱে অঙ্কটো সমাধান কৰাৰ চেষ্টা কৰে, তেন্তে অঙ্কটো সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

ii) State the Bayes theorem. 2

বেইজৰ উপপাদ্যটো লিখা ।

iii) If X is a random variable, then prove that- $E\left(X^2\right) \geq \{E(X)\}^2$.

যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা - $E\left(X^2\right) \geq \{E(X)\}^2$ 2

iv) Find the mean of Binomial distribution with parameters n and p. 2

দ্বিপদ বণ্টনৰ (প্ৰাচল n আৰু p) মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা ।

■■■